

Primeira Parte

Para cada uma das sete questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta, de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de repostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

Cotação: cada resposta certa +9 pontos; cada resposta errada, - 3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

1.) Uma função f tem domínio \mathbb{R} e contradomínio \mathbb{R}^+ .

Qual das seguintes afirmações pode ser a expressão analítica da função f ?

- (A) $\text{sen } x$ (B) $1 + 2x^2$ (C) e^x (D) $\ln(x + 1)$

2.) Considere uma função f , de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = e^{x+a}$, onde a designa um certo número real.

O Gráfico de f intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 2.

Indique o valor de a .

- (A) e^2 (B) 2 (C) $\ln 2$ (D) $e + \ln 2$

3.) Uma equação da *recta tangente* à curva $y = 1 - 2 \text{sen}(2x)$ no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$ é:

- (A) $y = -4x + \pi - 1$ (B) $y = -1$
(C) $y = 3$ (D) $y = 3x - \frac{\pi}{2} - 1$

4.) Considere a f.r.v.r. g definida por $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$.

O que significa, no gráfico da função, que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$?

- (A) $x = 1$ é uma assíntota vertical. (B) $D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
(C) $y = 1$ é uma assíntota horizontal. (D) $D'_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

5.) Considere a f.r.v.r. definida por:

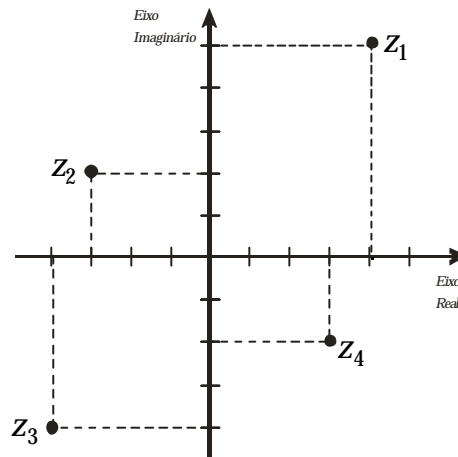
$$f(x) = 2x + \text{sen}(3x)$$

O valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ é:

- (A) -5 (B) 5 (C) $\frac{1}{5}$ (D) 0

6.) Seja \mathbb{C} o conjunto dos números complexos e i a unidade imaginária.

Na figura estão representadas as imagens geométricas de quatro números complexos.



Qual é a imagem geométrica do complexo $z = \frac{2 + 3i}{i^{21}}$?

- (A) Z_1 (B) Z_2 (C) Z_3 (D) Z_4

7.) Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{3}$.

Qual poderá ser um argumento do complexo $2zi$?

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{7}{6}\pi$ (C) $\frac{5}{6}\pi$ (D) $\pi + \frac{\pi}{3}$

Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.

1. Considere a f.r.v.r. f de domínio $[0, p]$, definida por $f(x) = p - 4 \operatorname{sen}(2x)$.

Utilizando processos exclusivamente analíticos, resolva as seguintes questões:

1.1.) Utilize o Teorema de Bolzano para mostrar que f tem pelo menos um zero em $\left[\frac{p}{4}, \frac{p}{2}\right]$.

1.2.) Estude a monotonia de f .

1.3.) Comente a seguinte afirmação: “A função f não tem assíntotas oblíquas.”

2.) Considere uma função g de domínio, **ímpar e periódica**, de período $\frac{p}{4}$.

Sabendo que $g(p) = 2$, **determine** $g(-p) + g\left(\frac{5p}{4}\right)$.

3. A concentração de um medicamento, em decigramas por litro de sangue, t horas após ser administrado, é dada por:

$$C(t) = t \cdot e^{-0,4t}, \quad (t \geq 0)$$

3.1. Utilizando processos exclusivamente analíticos, resolva as seguintes questões:

3.1.1.) Determine a concentração do medicamento ao fim de uma hora.

3.1.2.) Determine o valor de t para o qual a concentração do medicamento é máxima.

3.1.3.) O que acontece à concentração do medicamento com o decorrer do tempo?

3.2.) Utilizando calculadora gráfica comente a seguinte afirmação:

“A concentração do medicamento no sangue esteve durante aproximadamente 3 horas acima de 0,5 decigramas por litro”

Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver a questão).

4. Considere em \mathbb{C} os números complexos:

$$z_1 = 1 + i \quad \text{e} \quad z_2 = 2 \operatorname{cis}\left(\frac{p}{6}\right) \quad (i \text{ é a unidade imaginária})$$

4.1.) Determine na forma trigonométrica o complexo $t = \frac{z_1}{z_2}$.

4.2.) Sabe-se que z_2 é uma das raízes quartas de um complexo w . Determine as outras raízes quartas de w .

5. Sem recorrer à calculadora, resolva em \mathbb{C} a equação:

$$\left(\sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{p}{4}\right)\right)^2 \cdot z = 2 + 4i$$

Apresente o resultado na forma algébrica

FIM

| Cotação |

1	2	3	4	5	6	7	1.1.	1.2	1.3.	2	3.1.1	3.1.2	3.1.3.	3.2	4.1	4.2	5	Total
9	9	9	9	9	9	9	12	14	12	13	10	14	12	14	12	12	12	200