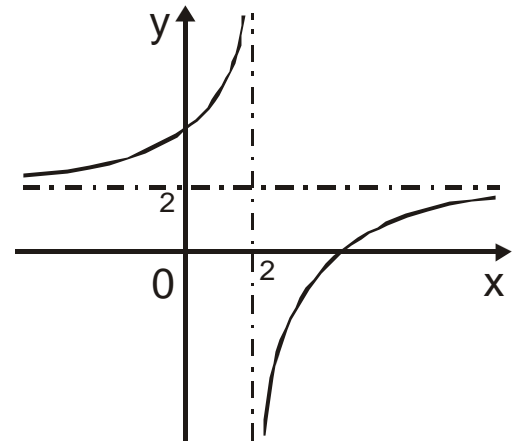


Primeira Parte

Para cada uma das sete questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta, de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de repostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

Cotação: cada resposta certa +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

- 1.) Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função g de domínio $\mathbb{R} / \{2\}$. As rectas de equações $x = 2$ e $y = 2$ são assíntotas do gráfico de g .



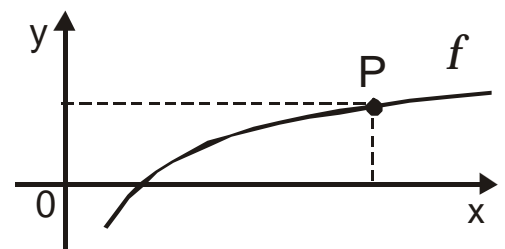
Considere a sucessão (x_n) de termo geral:

$$x_n = 2 + \frac{1}{n^2}$$

O valor de $\lim_{n \rightarrow +\infty} g(x_n)$ é:

- (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\infty$ (D) $+\infty$

- 2.) Na figura está parte da representação gráfica da função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \log_8 x$



P é um ponto do gráfico de f , que tem ordenada $\frac{1}{3}$

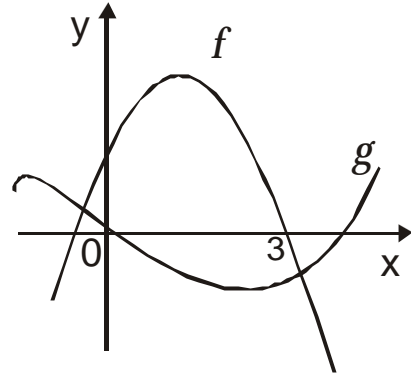
Qual é a abcissa do ponto P ?

- (A) $\frac{8}{3}$ (B) 1 (C) $\ln\left(\frac{8}{3}\right)$ (D) 2

- 3.) Sabendo que $\log_a x + \log_a y = p$ e $\log_a x - \log_a y = q$, pode concluir-se que:

- (A) $x = \sqrt{a^{p+q}}$ (B) $x = a^p - a^q$ (C) $x = a^p + a^q$ (D) $x = \sqrt{a^{p-q}}$

- 4.) Na figura está representada parte dos gráficos de duas funções f e g .
O gráfico de f intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 3.



Indique o valor de $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{f(x)}$

- (A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 3

- 5.) Considere $f(x) = 5^{-2x}$. Quando $f(x) = \frac{\sqrt{5}}{25}$, x é igual a:

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 0

- 6.) Sabe-se que f é uma **função ímpar** e que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$.

Qual das afirmações é **necessariamente** verdadeira?

- (A) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$ (B) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{3}$
(C) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{f(x)} = -\frac{1}{3}$ (D) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{f(x)} = -3$

- 7.) Sejam f e g duas funções contínuas de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que:

- ♦ o gráfico de g é uma recta, que designamos por S
- ♦ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$

Qual das afirmações é **necessariamente** verdadeira?

- (A) a recta S é tangente ao gráfico de f
(B) a recta S é secante ao gráfico de f
(C) a recta S não intersecta o gráfico de f
(D) a recta S é uma assíntota do gráfico de f

Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.

1.) O Valor de um automóvel ao fim de t anos é dada pelo seguinte modelo:

$$V(t) = 3000 \cdot e^{-0,1t} \quad (V \text{ em contos ; } t \text{ em anos})$$

Resolva *analiticamente* as seguintes questões:

1.1. Por que preço foi comprado o carro?

1.2. Verifique que, para qualquer valor de t , $\frac{V(t+1)}{V(t)}$ é constante.

Determine um valor aproximando dessa constante (com três casas decimais) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

2.) Calcule:

2.1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - 2}{2 \log_4 x + 2}$

2.2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 3}{|2x|}$

2.3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 - 6x - 6}$

2.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2e^{x-2} - 2}{3x - 6}$

3.) O Lucro L (em contos) obtido na venda de uma peça para bicicletas depende do número x de unidades produzidas mensalmente. Esta relação é dada pelo seguinte modelo:

$$L(x) = \log\left(10 + \frac{x}{4}\right)$$

Resolva analiticamente as seguintes questões:

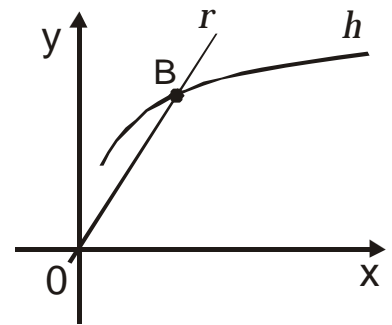
3.1. Se a fábrica tiver capacidade de produzir entre 500 e 800 unidades por mês, entre que valores variará o lucro obtido em cada peça?

3.2. Qual deverá ser o número de unidades produzidas num mês para que o lucro unitário seja 2,5 contos?

Recorrendo à calculadora, resolva a seguinte questão:

4.) Na figura ao lado estão representadas:

- Parte do gráfico de h definida por $h(x) = \ln\left(\frac{e^4}{3}x\right)$
- Parte de um recta r de equação $y = \frac{4}{3}x$



Determine o valor exacto da área do círculo de raio \overline{OB} , onde O designa a origem do referencial.

5.) Considere uma função f , de domínio \mathbb{R}^+ . Admita que f é positiva e que o eixo Ox é assíntota do gráfico de f . Mostre que o gráfico da função $\frac{1}{f}$ não tem assíntota horizontal.

FIM

Cotação

1	2	3	4	5	6	7	1.1.	1.2.	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	4	5	Total
9	9	9	9	9	9	9	12	16	12	12	13	12	12	12	20	16	200