

## Primeira Parte

Para cada uma das sete questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta, de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de repostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

**Cotação: cada resposta certa +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.**

1.) Acerca das sucessões  $v_n = (-1)^n \cdot 2n$  e  $w_n = 3 - \frac{1}{n}$  fazem-se as seguintes afirmações:

(I)  $(v_n)$  é uma sucessão limitada.

(II) 1 é um minorante dos termos da sucessão  $(w_n)$ .

Pode-se afirmar que:

(E) (I) é verdadeira e (II) é falsa

(F) (I) é falsa e (II) é verdadeira

(G) (I) é verdadeira e (II) é verdadeira

(H) (I) é falsa e (II) é falsa.

2.) Numa demonstração de ginástica foi formado um triângulo colocando **um** atleta *na primeira linha*, **dois** *na segunda*, **três** *na terceira* e assim por diante. No total havia 231 atletas. **Quantas linhas** havia no triângulo?

(A) 22

(B) 19

(C) 20

(D) 21

3.) O valor de  $\lim \left( 1 + \frac{2}{n} \right)^{3n}$  é:

(A)  $6a$

(B)  $e^3$

(C)  $+\infty$

(D)  $e^6$

4.) A expressão  $a^{4+2 \log_a 4}$  ( $a > 1$ ) é equivalente a:

(A)  $16a^4$

(B)  $4 + \log_a 16$

(C)  $16 + a^4$

(D)  $4 \log_a 16$

5.) Sendo  $(a_n)$  a sucessão de termo geral  $a_n = 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-n}$ , o  $\lim a_n$  é igual a:

- (A) 0                                      (B) 1                                      (C)  $+\infty$                                       (D)  $-2$

6.) O valor da expressão  $\log_2(32 \times 64 \times 8)$  é:

- (A) 90                                      (B) 14                                      (C) 45                                      (D) 11

7.) A condição  $2^{3x} = 20 \cdot 3^{2x}$  é equivalente a:

- (A)  $x \cdot \log \frac{2}{3} = \log 20$                                       (B)  $x \cdot \log \frac{8}{9} = \log 20$   
 (C)  $x = \sqrt[6]{2}$                                       (D)  $3x = 2x \cdot \log 20$

### Segunda Parte

*Nas questões desta segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.*

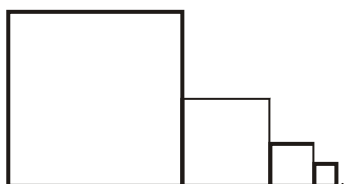
1.) Considere a sucessão  $(u_n)$  de termo geral  $u_n = \frac{6n + 1}{2n + 3}$

1.1.) Averigúe se  $(u_n)$  é monótona.

1.2.) Prove que  $(u_n)$  é limitada.

1.3.)  $(u_n)$  é convergente? **Justifique.**

2.)  $(p_n)$  designa o **perímetro** de cada um dos quadrados que se obtêm como mostra a figura:



O lado do quadrado inicial mede  $5 \text{ cm}$ ; o lado do quadrado seguinte mede metade do lado do quadrado anterior.

**Prove se** o termo geral da sucessão  $(p_n)$  é  $p_n = \frac{5}{2^{n-3}}$ .

**3.)** Considere a sucessão seguinte:

$$a_1 = k, a_2 = k^{-1}, \dots, a_n = k^{3-2n} \quad (k \in \mathbb{R}^+)$$

**3.1.)** Prove que  $(a_n)$  é uma progressão geométrica.

**3.2.)** Escreva, como função de  $k$ , a soma dos 6 primeiros termos da sucessão.

**4.)** Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as condições:

**4.1.)**  $e^{2x} = 2$

**4.2.)**  $2\ln(x + 3) = \ln(1 - 3x)$

**4.3.)**  $2^x \cdot 10^x + 10^x > 0$

**5.)** Determine  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2e^x - 2}$ .

**6.)** Sendo  $g$  uma função real de variável real definida por  $g(x) = k \cdot a^x$ .

Sabendo que  $g(0) = 6$  e  $g(3) = 750$ , determine  $k$  e  $a$ .

**7.)** A densidade de população a  $x$  km do centro de uma cidade é dada pelo modelo matemático:

$$D(x) = 6 \cdot e^{-0,08x}$$

**7.1.)** Determine a taxa média de variação em  $[0, 30]$ .

**7.2.)** Interprete o resultado no contexto da situação.

**FIM**

1	2	3	4	5	6	7	1.1.	1.2.	1.3.	2	3.1	3.2	4.1	4.2	4.3	5	6	7.1	7.2	Total
9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	14	10	8	14	12	9	200