

Escola Secundária Dr. Júlio Martins

Ficha de Trabalho N.º 7 de Matemática

Tema: Primeira e Segunda Derivadas. Monotonia e Extremos. Concavidades e Pontos de Inflexão.

Ano: 12^o Turmas: B e C Ano lectivo: 2005/2006 O Prof.: António A. D. Lopes

1. Considera a função real de variável real f , definida por $f(x) = x - 1 + e^{-\frac{x}{2}}$.
 - 1.1. **Estuda** os intervalos de monotonia da função e os extremos.
 - 1.2. **Prova** que o gráfico da função admite uma assíntota oblíqua, quando $x \rightarrow +\infty$.
 - 1.3. **Prova** que a função tem um zero no intervalo $] -3, -2[$ e **determina-o** com aproximação às décimas.
 - 1.4. **Determina** uma equação da recta tangente ao gráfico de f' (derivada de f) no ponto de ordenada $\frac{1}{2}$.

2. Seja g uma função, real de variável real, definida por $g(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x}$.
 - 2.1. **Determina** o domínio de g .
 - 2.2. **Escreve** as equações das assíntotas do gráfico de g , paralelas aos eixos coordenados.
 - 2.3. **Mostra** que $g'(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)^2}$, $\forall x \in D_g$.
 - 2.4. Sendo $g'(x) > 0$, $\forall x \in D_g$, **podes** concluir que g é estritamente crescente no seu domínio? **Justifica**.

3. Considera a função h , real de variável real, definida por $h(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
 - 3.1. **Estuda** o sentido das concavidades do gráfico de h .
 - 3.2. **Mostra** que os pontos de inflexão do gráfico de h são colineares e **escreve** uma equação vectorial da recta que os contém.
 - 3.3. Seja j uma função, real de variável real, de domínio \mathbb{R} , em que $j'(x) = h(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Indica, justificando, o valor lógico das proposições:

A: A função j é contínua em todo o seu domínio.

B: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{j(x) - j(3)}{x - 3} = 0,3$.

C: A inclinação da recta tangente ao gráfico da função j no ponto de abcissa $x = 2$ é de 50° .