Escola Secundária Dr. Júlio Martins

Ficha de avaliação n.º 1 da disciplina de Matemática

Ano: **12º** Turma: **C** Data: **20/10/2005** Duração: **90 minutos** O Prof.: **António A. D. Lopes**

Nota: Esta prova tem duas partes e três páginas.

Primeira parte

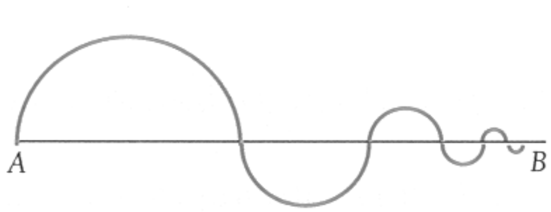
A primeira parte é constituída por **cinco questões de escolha múltipla**. Deverás escolher a resposta correcta, entre as quatro alternativas que são apresentadas no enunciado, e indicar, apenas, a letra correspondente na tua folha de prova.

Cotações: total **45** pontos; cada resposta certa **+9** pontos; cada resposta errada **–3** pontos e cada questão não respondida ou anulada (se apresentares mais do que uma resposta ou se a letra transcrita for ilegível) **0** pontos.

1. O $\lim (-1)^{2n-1} \times \dfrac{n-1}{2+n}$:

(A) é 1. **(B)** não existe. **(C)** é -1. **(D)** é ∞.

2. A curva apresentada é formada por uma sucessão de arcos que são semicircunferências alternadamente acima e abaixo de AB.



O raio do primeiro arco mede $\sqrt{5}$ cm e o raio de cada um dos arcos seguintes é metade do raio do arco anterior.

Designando por S_n a área total das n primeiras semicircunferências, então o valor exacto, em cm^2, de $\lim(S_n)$ é:

(A) $\dfrac{10p}{3}$. **(B)** $5p$. **(C)** $\dfrac{5p}{2}$. **(D)** $\dfrac{2\sqrt{5}p}{3}$.

3. Num armazém há três caixas iguais azuis e oito caixas iguais vermelhas.

Um funcionário esteve a numerá-las e de seguida, vai empilhar as caixas de modo que as três caixas azuis fiquem juntas.

O número de maneiras de o fazer é:

(A) ${}^{11}C_3$. **(B)** $3! \times 9!$. **(C)** ${}^{11}A_3$. **(D)** $3! \times 8!$.

4. Da sucessão $(\boldsymbol{v_n})$ definida por recorrência $\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 9 \\ \boldsymbol{v_n} = \frac{1}{3}\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{n}+1}, \forall \boldsymbol{n} \geq 1 \end{cases}$, podemos afirmar que:

(A) $\boldsymbol{v_n} = 3^{\boldsymbol{n}+1}$ é o termo geral da sucessão.

(B) $(\boldsymbol{v_n})$ é uma progressão aritmética.

(C) A sucessão $(\boldsymbol{v_n})$ é um infinitamente grande negativo.

(D) $(\boldsymbol{v_n})$ é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.

5. O penúltimo termo de uma certa linha do triângulo de Pascal é 15.
A soma dos quarto e quinto termos da linha anterior é:

(A) 3003. **(B)** 1365. **(C)** 5005. **(D)** 1820.

Segunda parte

A segunda parte é constituída por questões a que deverás responder apresentando todo o teu raciocínio, os cálculos efectuados e as justificações julgadas convenientes. Cotação da segunda parte: **155** pontos.

1. Considera a sucessão (a_n) de termo geral $a_n = \frac{5n-3}{n+2}$.

1.1. Averigua se $\frac{17}{8}$ é termo da sucessão (a_n).

1.2. Estuda sucessão (a_n) quanto à monotonia.

1.3. Verifica se a sucessão (a_n) é limitada.

2. Em Janeiro, a Susana recebeu 100 euros da sua madrinha, no mês seguinte recebeu mais 10 euros do que no mês anterior e assim sucessivamente.
Do pai recebeu em Janeiro 1 euro, em Fevereiro 2 euros e em cada mês recebe o dobro do que recebeu no mês anterior.
A Susana acha que, ao fim de 1 ano, o pai lhe vai dar pouco dinheiro em relação ao dinheiro que lhe vai dar a madrinha.
Diz, justificando a tua resposta, se a Susana tem razão

3. Calcula, se existirem, os limites:

3.1. $\lim \frac{(2-\boldsymbol{n})(2+\boldsymbol{n})}{5\boldsymbol{n}^3-3\boldsymbol{n}}$.

3.2. $\lim \left(\sqrt{\boldsymbol{n}^2+1}-\boldsymbol{n}\right)$.

3.3. $\lim \left(\frac{\boldsymbol{n}-3}{1+\boldsymbol{n}}\right)^{-\frac{\boldsymbol{n}}{2}}$.

4. Utilizando o Teorema das sucessões enquadradas **calcula** $\lim \frac{\cos^2 n - n}{3n+1}$.

5. A Senhora Teresa depositou, no ***Banco Muito Lucro***, 34850 euros à taxa anual de 2%, em regime de juros compostos, capitalizado de seis em seis meses.

Calcula o capital total acumulado em 7 anos.

6. Determina o termo independente de x no desenvolvimento de $\left(\frac{1}{x}+\frac{x^2}{3}\right)^6$ com $x \neq 0$.

7. Uma caixa A possui 5 bolas diferentes e uma caixa B possui 6 bolas diferentes. Tiram-se sucessivamente, sem reposição, 2 bolas da caixa A e, também sucessivamente, sem reposição, 2 bolas da caixa B.

Indica o número de maneiras diferentes de realizar essa extracção.

8. Diz quantos números pares entre 3000 e 8000 se podem escrever, sem algarismos repetidos, utilizando os algarismos 0, 2, 3. 4, 7.

9. Num acampamento estão 20 jovens distribuídos por nacionalidades, da seguinte forma, nove portugueses, sete espanhóis e quatro franceses. São escolhidos, ao acaso, seis jovens para a limpeza do acampamento.

Diz de quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os jovens de modo a que pelo menos dois sejam franceses.

FIM

	Primeira parte					Segunda parte												
Questão	1	2	3	4	5	1.1	1.2	1.3	2	3.1	3.2	3.3	4	5	6	7	8	9
Cotação	9	9	9	9	9	8	13	13	18	10	10	10	9	9	18	11	13	13

Escola Secundária Dr. Júlio Martins

Ficha de avaliação n.º 1 da disciplina de Matemática

Ano: **12º** Turma: **C** Data: **20/10/2005** Duração: **90 minutos** O Prof.: **António A. D. Lopes**

Nota: Esta prova tem duas partes e três páginas.

Primeira parte

A primeira parte é constituída por **cinco questões de escolha múltipla**. Deverás escolher a resposta correcta, entre as quatro alternativas que são apresentadas no enunciado, e indicar, apenas, a letra correspondente na tua folha de prova.

Cotações: total **45** pontos; cada resposta certa **+9** pontos; cada resposta errada **–3** pontos e cada questão não respondida ou anulada (se apresentares mais do que uma resposta ou se a letra transcrita for ilegível) **0** pontos.

1. O penúltimo termo de uma certa linha do triângulo de Pascal é 15.
A soma dos quarto e quinto termos da linha anterior é:

(A) 5005. **(B)** 1820. **(C)** 3003. **(D)** 1365.

2. Da sucessão (v_n) definida por recorrência $\begin{cases} v_1 = 9 \\ v_n = \frac{1}{3} v_{n+1}, \forall n \geq 1 \end{cases}$, podemos afirmar que:

(A) (v_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.

(B) A sucessão (v_n) é um infinitamente grande negativo.

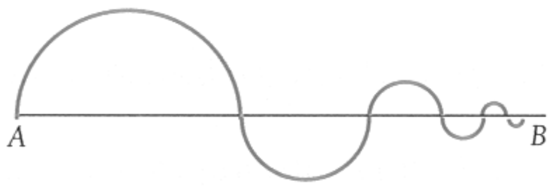
(C) (v_n) é uma progressão aritmética.

(D) $v_n = 3^{n+1}$ é o termo geral da sucessão.

3. O $\lim (-1)^{2n-1} \times \frac{n-1}{2+n}$:

(A) é -1. **(B)** é ∞. **(C)** é 1. **(D)** não existe.

4. A curva apresentada é formada por uma sucessão de arcos que são semicircunferências alternadamente acima e abaixo de $\boldsymbol{AB}$.



O raio do primeiro arco mede $\sqrt{5}$ cm e o raio de cada um dos arcos seguintes é metade do raio do arco anterior.
Designando por $\boldsymbol{S_n}$ a área total das $\boldsymbol{n}$ primeiras semicircunferências, então o valor exacto, em cm^2, de $\lim\left(\boldsymbol{S_n}\right)$ é:

(A) $\frac{2\sqrt{5}p}{3}$. **(B)** $\frac{5p}{2}$. **(C)** $5p$. **(D)** $\frac{10p}{3}$.

5. Num armazém há três caixas iguais azuis e oito caixas iguais vermelhas.
Um funcionário esteve a numerá-las e de seguida, vai empilhar as caixas de modo que as três caixas azuis fiquem juntas.
O número de maneiras de o fazer é:

(A) ${}^{11}A_3$. **(B)** $3!\times 8!$. **(C)** ${}^{11}C_3$. **(D)** $3!\times 9!$.

Segunda parte

A segunda parte é constituída por questões a que deverás responder apresentando todo o teu raciocínio, os cálculos efectuados e as justificações julgadas convenientes. Cotação da segunda parte: **155** pontos.

1. Considera a sucessão $\left(a_n\right)$ de termo geral $a_n = \frac{5n-3}{n+2}$.

1.1. Averigua se $\frac{17}{8}$ é termo da sucessão $\left(a_n\right)$.

1.2. Estuda sucessão $\left(a_n\right)$ quanto à monotonia.

1.3. Verifica se a sucessão $\left(a_n\right)$ é limitada.

2. Em Janeiro, a Susana recebeu 100 euros da sua madrinha, no mês seguinte recebeu mais 10 euros do que no mês anterior e assim sucessivamente.
Do pai recebeu em Janeiro 1 euro, em Fevereiro 2 euros e em cada mês recebe o dobro do que recebeu no mês anterior.
A Susana acha que, ao fim de 1 ano, o pai lhe vai dar pouco dinheiro em relação ao dinheiro que lhe vai dar a madrinha.
Diz, justificando a tua resposta, se a Susana tem razão

Escola Secundária Dr. Júlio Martins

Ficha de avaliação n.º 1 da disciplina de Matemática

Ano: **12º** Turma: **B** Data: **20/10/2005** Duração: **90 minutos** O Prof.: **António A. D. Lopes**

Nota: Esta prova tem duas partes e três páginas.

Primeira parte

A primeira parte é constituída por **cinco questões de escolha múltipla**. Deverás escolher a resposta correcta, entre as quatro alternativas que são apresentadas no enunciado, e indicar, apenas, a letra correspondente na tua folha de prova.

Cotações: total **45** pontos; cada resposta certa **+9** pontos; cada resposta errada **–3** pontos e cada questão não respondida ou anulada (se apresentares mais do que uma resposta ou se a letra transcrita for ilegível) **0** pontos.

1. Uma caixa A possui 5 bilhetes diferentes e uma caixa B possui 6 bilhetes diferentes. Tiram-se sucessivamente, sem reposição, 2 bilhetes da caixa A e, também sucessivamente, sem reposição, 2 bilhetes da caixa B.

O número de maneiras diferentes de realizar a extracção é:

(A) $P_5 \times P_6$. **(B)** ${}^5A_2 \times {}^6A_2$. **(C)** ${}^{11}A_4$. **(D)** ${}^5C_2 \times {}^6C_2$.

2. Da sucessão $(\boldsymbol{v_n})$ definida por recorrência $\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 9 \\ \boldsymbol{v_n} = \frac{1}{3}\boldsymbol{v_{n+1}}, \forall \boldsymbol{n} \geq 1 \end{cases}$, podemos afirmar que:

(A) $(\boldsymbol{v_n})$ é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.

(B) A sucessão $(\boldsymbol{v_n})$ é um infinitamente grande negativo.

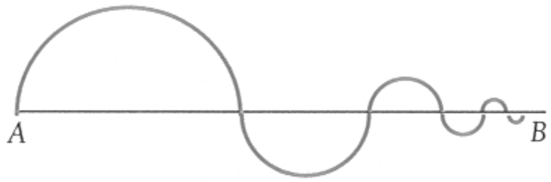
(C) $(\boldsymbol{v_n})$ é uma progressão aritmética.

(D) $\boldsymbol{v_n} = 3^{\boldsymbol{n}+1}$ é o termo geral da sucessão.

3. O $\lim (-1)^{2n-1} \times \frac{n-1}{2+n}$:

(A) é -1. **(B)** é ∞. **(C)** é 1. **(D)** não existe.

4. A curva apresentada é formada por uma sucessão de arcos que são semicircunferências alternadamente acima e abaixo de $\boldsymbol{AB}$.



O raio do primeiro arco mede $\sqrt{5}$ cm e o raio de cada um dos arcos seguintes é metade do raio do arco anterior.
Designando por $\boldsymbol{S_n}$ a área total das $\boldsymbol{n}$ primeiras semicircunferências, então o valor exacto, em cm^2, de $\lim\left(\boldsymbol{S_n}\right)$ é:

(A) $\frac{2\sqrt{5}p}{3}$.   **(B)** $\frac{5p}{2}$.   **(C)** $5p$.   **(D)** $\frac{10p}{3}$.

5. Num armazém há três caixas iguais azuis e oito caixas iguais vermelhas.
Um funcionário esteve a numerá-las e de seguida, vai empilhar as caixas de modo que as três caixas azuis fiquem juntas.
O número de maneiras de o fazer é:

(A) ${}^{11}A_3$.   **(B)** $3!\times 8!$.   **(C)** ${}^{11}C_3$.   **(D)** $3!\times 9!$.

Segunda parte

A segunda parte é constituída por questões a que deverás responder apresentando todo o teu raciocínio, os cálculos efectuados e as justificações julgadas convenientes. Cotação da segunda parte: **155** pontos.

1. Considera a sucessão $\left(a_n\right)$ de termo geral $a_n = \frac{5n-3}{n+2}$.

1.1. Averigua se $\frac{17}{8}$ é termo da sucessão $\left(a_n\right)$.

1.2. Estuda sucessão $\left(a_n\right)$ quanto à monotonia.

1.3. Verifica se a sucessão $\left(a_n\right)$ é limitada.

2. Em Janeiro, a Susana recebeu 100 euros da sua madrinha, no mês seguinte recebeu mais 10 euros do que no mês anterior e assim sucessivamente.
Do pai recebeu em Janeiro 1 euro, em Fevereiro 2 euros e em cada mês recebe o dobro do que recebeu no mês anterior.
A Susana acha que, ao fim de 1 ano, o pai lhe vai dar pouco dinheiro em relação ao dinheiro que lhe vai dar a madrinha.
Diz, justificando a tua resposta, se a Susana tem razão

3. Calcula, se existirem, os limites:

3.1. $\lim \dfrac{(2-\boldsymbol{n})(2+\boldsymbol{n})}{5\boldsymbol{n}^3-3\boldsymbol{n}}$.

3.2. $\lim \left(\sqrt{\boldsymbol{n}^2+1}-\boldsymbol{n}\right)$.

3.3. $\lim \left(\dfrac{\boldsymbol{n}-3}{1+\boldsymbol{n}}\right)^{-\frac{\boldsymbol{n}}{2}}$.

4. Utilizando o Teorema das sucessões enquadradas **calcula** $\lim \dfrac{\cos^2 n - n}{3n+1}$.

5. A Senhora Teresa depositou, no ***Banco Muito Lucro***, 34850 euros à taxa anual de 2%, em regime de juros compostos, capitalizado de seis em seis meses.

Calcula o capital total acumulado em 7 anos.

6. Calcula n, sabendo que $4+{}^{n+1}A_2 = 2\times {}^{n-1}A_2$.

7. Uma caixa A possui 5 bolas diferentes e uma caixa B possui 6 bolas diferentes. Tiram-se sucessivamente, sem reposição, 2 bolas da caixa A e, também sucessivamente, sem reposição, 2 bolas da caixa B.

Indica o número de maneiras diferentes de realizar essa extracção.

8. **Diz** quantos números pares entre 3000 e 8000 se podem escrever, sem algarismos repetidos, utilizando os algarismos 0, 2, 3. 4, 7.

9. Num acampamento estão 20 jovens distribuídos por nacionalidades, da seguinte forma, nove portugueses, sete espanhóis e quatro franceses. São escolhidos, ao acaso, seis jovens para a limpeza do acampamento.

Diz de quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os jovens de modo a que pelo menos dois sejam franceses.

FIM

	Primeira parte					Segunda parte												
Questão	1	2	3	4	5	1.1	1.2	1.3	2	3.1	3.2	3.3	4	5	6	7	8	9
Cotação	9	9	9	9	9	8	13	13	18	10	10	10	9	9	18	11	13	13